



عباس قلعه پور اقدم

يك ضرب عجيب و غريب

$$13837 \times 73 = ? \text{ سن شما}$$

آيا نتیجه ضرب شما هم اين طور شد؟ منظورم اين است كه عدد سن شما هم چهار بار تكرر شد؟ حتماً همين طور است، مگر اينكه در محاسبه حاصل ضربها دچار اشتباه شده باشيد. اين ضرب عجيب و غريب در مورد تمام آدمهايي كه عدد سن آنها دورقمي است، يعني از ۱۰ ساله تا ۹۹ ساله، كار مي كند. به همان صورتي كه براي ۱۲ چهار بار تكرر شد، براي اين ۸۹ عدد (تعداد عددهاي دورقمي) هم اين اتفاق مي افتد. اجازه دهيد چند مورد ديگر را هم آزمايش كنيم.

$$\begin{aligned} \text{سال} &= 35 \\ 13837 \times 35 &= 484295 \\ 484295 \times 73 &= 35353535 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سال} &= 17 \\ 13837 \times 17 &= 235229 \\ 235229 \times 73 &= 17171717 \end{aligned}$$

شما كه در حال خواندن اين مطلب هستيد، چند ساله ايد؟ ۱۳، ۱۴ يا ۱۵ ساله؟ شايد هم بيشتر يا كمتر.

$$\begin{array}{r} 13837 \\ \times 12 \\ \hline 27674 \\ +138370 \\ \hline 166044 \end{array}$$

لطفاً عدد ۱۳۸۳۷ را در عدد سن خودتان ضرب كنيد. فرض كنيد كميل ۱۲ ساله است. ۱۳۸۳۷ را در ۱۲ ضرب مي كنم.

$$\begin{array}{r} 166044 \\ \times 73 \\ \hline 498132 \\ +11623080 \\ \hline 12121212 \end{array}$$

جواب ضرب شما چه عددي شد؟ آن را در ۷۳ ضرب كنيد. من هم اين ضرب را در مورد كميل انجام مي دهم.

چه اتفاقي افتاد؟ بله! عدد ۱۲ چهار بار پشت سر هم تكرر شد.

تکرار آن عدد می‌شود.

خب! شاید بپرسید رابطه این نکته‌ها با رازگشایی از ضربی که یاد گرفتید چیست؟ برای رسیدن به پاسخ این پرسش لطفاً ضرب زیر را انجام دهید:

$$۱۳۸۳۷ \times ۷۳ =$$

حالا متوجه شدید؟

بله! وقتی شما ضرب $(۷۳ \times \text{سن شما} \times ۱۳۸۳۷)$ را انجام می‌دهید، در واقع سن خودتان را در عدد ۱۰۱۰۱ ضرب می‌کنید و به دلیل نکته ۳، سن شما چهار بار تکرار می‌شود.

پرسش دیگری که ممکن است مطرح کنید، این است که از کجا بدانیم که مثلاً نکته ۳ در مورد همهٔ عددهای دورقمی درست در می‌آید؟ آیا باید تمامی ۸۹ عدد دورقمی را تک‌تک در ۱۰۱۰۱ ضرب کنیم تا این موضوع برایمان مشخص شود؟ باید بگوییم که نه، این طور نیست. این ویژگی عدد ۱۰۱۰۱ اثبات ریاضی دارد، هر چند آزمایش کردن تمام ۸۹ عدد دورقمی هم خالی از لطف نیست و سرگرمی جالبی است.

ابتدا نکته ۱ را برایتان ثابت می‌کنم. هر عدد دورقمی را می‌توان به صورت ab نشان داد که a رقم دهگان و b رقم یکان است. گستردهٔ این عدد و عدد ۱۰۱ به صورت زیر است:

$$ab = ۱۰a + b, \quad ۱۰۱ = ۱۰۰ + ۱$$

$$ab \times ۱۰۱ = (۱۰a + b)(۱۰۰ + ۱) = ۱۰۰۰a + ۱۰۰a + ۱۰۰b + b$$

حاصل عبارت بالا را می‌توان به صورت $۱۰۰۰a + ۱۰۰b + ۱۰۰a + b$ هم نوشت. این یعنی حاصل ضرب برابر است با عددی که رقم هزارگان آن a ، رقم صدگان آن b ، رقم دهگان آن a و رقم یکان آن b است. به عبارت دیگر، حاصل ضرب برابر است با عدد $abab$ که دو بار تکرار عدد ab است. با همین روش، اثبات نکته دو را به شما عزیزان می‌سپارم و به سراغ اثبات سومی که موضوع اصلی است، می‌روم.

گستردهٔ عدد ۱۰۱۰۱۰۱ به صورت $۱۰۰۰۰۰۰a + ۱۰۰۰۰a + ۱۰۰۰a + ۱$ است. ضرب ab در ۱۰۱۰۱۰۱ را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} ab \times ۱۰۱۰۱۰۱ &= (۱۰a + b)(۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱) \\ &= ۱۰۰۰۰۰۰۰a + ۱۰۰۰۰۰۰a + ۱۰۰۰a + ۱۰a + \\ &\quad ۱۰۰۰۰۰۰b + ۱۰۰۰۰b + ۱۰۰b + b \\ &= ۱۰۰۰۰۰۰۰a + ۱۰۰۰۰۰۰b + ۱۰۰۰۰۰a + \\ &\quad ۱۰۰۰۰b + ۱۰۰۰a + ۱۰۰b + ۱۰a + b \end{aligned}$$

پس حاصل ضرب برابر است با عددی که در جدول ارزش مکانی زیر نمایش داده شده است:

یکان	دهگان	صدگان	یکان هزار	دهگان هزار	صدگان هزار	یکان میلیون	دهگان میلیون
b	a	b	a	b	a	b	a

یعنی حاصل ضرب برابر عدد هشت‌رقمی $abababab$ می‌شود که همان تکرار چهار بار عدد اصلی است. در پایان امیدوارم ضرب معرفی‌شده را به خاطر بسپارید و از معرفی آن به دیگران لذت ببرید.

سال ۹۹ = سن

$$۱۳۸۳۷ \times ۹۹ = ۱۳۶۹۸۶۳$$

$$۱۳۶۹۸۶۳ \times ۷۳ = ۹۹۹۹۹۹۹۹$$

سال ۷۱ = سن

$$۱۳۸۳۷ \times ۷۱ = ۹۸۲۴۲۷$$

$$۹۸۲۴۲۷ \times ۷۳ = ۷۱۷۱۷۱۷۱$$

نوبت شما

طاها و امیرمحمد به ترتیب ۹ و ۱۵ ساله هستند. ضرب شگفت‌انگیز را برای آن‌ها امتحان کنید.

راستی! آیا فکر می‌کنید اگر شما در جشن تولد دوستان این ضرب را به او یاد بدهید و عدد سنی را که در حال وارد شدن به آن است، به عنوان اولین مورد برای او نشان دهید، می‌تواند یک هدیهٔ تولد به حساب آید؟ به نظر من، چرا که نه. مثلاً اگر به جشن تولد سیزده‌سالگی یکی از دوستانتان دعوت شدید، علاوه بر هدیه‌ای که تهیه می‌کنید، این ضرب را هم به او یاد بدهید؛ حتماً این هدیه‌ای متفاوت از جنس دانش و به‌یادماندنی خواهد بود و او هیچ‌وقت جشن تولد سیزده‌سالگی خود را فراموش نخواهد کرد:

$$۱۳۸۳۷ \times ۱۳ = ۱۷۹۸۸۱$$

$$۱۷۹۸۸۱ \times ۷۳ = ۱۳۱۳۱۳۱۳$$

حالا برویم سراغ رمزگشایی از این ضرب شگفت‌انگیز. به ضرب‌های زیر توجه کنید:

$$۱۰۱ \times ۲۳ = ۲۳۲۳$$

$$۱۰۱۰۱ \times ۲۳ = ۲۳۲۳۲۳$$

$$۱۰۱۰۱۰۱ \times ۲۳ = ۲۳۲۳۲۳۲۳$$

حالا شما ضرب‌های زیر را انجام دهید:

$$۱۰۱ \times ۴۵ =$$

$$۱۰۱۰۱ \times ۴۵ =$$

$$۱۰۱۰۱۰۱ \times ۴۵ =$$

عددهای ۱۰۱ (صد و یک)، ۱۰۱۰۱ (ده هزار و صد و یک) و ۱۰۱۰۱۰۱ (یک میلیون و ده هزار و صد و یک) دارای ویژگی عجیبی هستند. اگر به حاصل ضرب این عددها در ۲۳ و ۴۵ (که آن را خودتان به دست آوردید) دقت کنید، متوجه می‌شوید که تعداد تکرار هر عدد به اندازهٔ تعداد رقم‌های ۱ موجود در عددهای ۱۰۱، ۱۰۱۰۱ و ۱۰۱۰۱۰۱ است. برای مثال، عدد ۱۰۱ دو تا رقم ۱ دارد. وقتی عددی دورقمی در آن ضرب می‌شود، حاصل ضرب برابر است با تکرار آن عدد به تعداد دو بار. به این نکته‌ها توجه کنید:

نکته

- اگر عدد ۱۰۱ را در هر عدد دورقمی ضرب کنیم، حاصل ضرب دو بار تکرار آن عدد می‌شود.
- اگر عدد ۱۰۱۰۱ را در هر عدد دورقمی ضرب کنیم، حاصل سه بار تکرار آن عدد خواهد بود.
- حاصل ضرب عدد ۱۰۱۰۱۰۱ در هر عدد دورقمی چهار بار